

Chap. 3 | Intégrales généralisées

1. Révisions de 1^{ère} année sur les intégrales : calcul d'intégrales et encadrement.
2. Convergence et divergence d'une intégrale impropre.
3. Intégrales de référence. Nature des intégrales suivantes :

$$\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}, \quad \int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}, \quad \int_0^1 \ln t \, dt \quad \text{et} \quad \int_0^{+\infty} e^{-at} \, dt \quad \text{pour } \alpha \in \mathbb{R}_+^*$$

4. Linéarité et relation de Chasles.
5. Intégrale impropre d'une fonction positive.
Règles de comparaison et des équivalents, comparaison séries-intégrales.
6. Convergence absolue, semi-convergence.
Une intégrale absolument convergente est convergente.
7. Calcul intégral : intégration par parties et changement de variables.
Il est attendu que l'intégration par parties s'effectue en premier lieu sur un segment.
8. Fonctions intégrables sur un intervalle quelconque.
 - (a) L'ensemble des fonctions continues et intégrables est un espace vectoriel.
 - (b) Règles du petit o et du grand O.
 - (c) Intégration des relations de comparaison.

Questions de cours

- Pour tous $z, z' \in \mathbb{C}$, $e^{z+z'} = e^z e^{z'}$;
- Nature de $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$ et de $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$;
- $\int_x^{+\infty} e^{-t^2} \, dt \underset{x \rightarrow +\infty}{=} \frac{e^{-x^2}}{2x} + o\left(\frac{e^{-x^2}}{x}\right)$;
- Exercice CCINP 28.