PT* **Programme de khôlle n°6** Semaine du 5 novembre

Séries numériques

1. Définition d'une série de terme général u_n et des sommes partielles associées. Série convergente/divergente. Définition du reste lorsque la série est convergente.
2. Condition nécessaire de convergence et divergence grossière.
3. Convergence/divergence des séries géométriques.
4. Opérations sur les séries (somme et multiplication par un scalaire).
5. Cas des séries à termes positifs :
   - Si la suite des sommes partielles est majorée alors la série converge, sinon elle diverge vers $+\infty$.
   - Règle de comparaison des séries à termes positifs.
   - Règle des équivalents.
   - Règle de d'Alembert (exemples à connaître pour chacun des cas)
   - Comparaisons séries/intégrales. Application aux séries de Riemann.
6. Convergence absolue, semi-convergence.
7. Règles du petit o et du grand O.
8. Produit de Cauchy.

Questions de cours : (avec démonstration dans chaque cas)

- Développement limité d'arcsin(x).
- Règle de d'Alembert.
- Convergence de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n)$.
- Nature de la série $\displaystyle\sum \left[e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right]$
- Nature de la série $\displaystyle\sum \sin\left(\pi\sqrt{n^2+1}\right)$ en admettant la convergence de $\displaystyle\sum \frac{(-1)^n}{n}$ (sauf lundi).