

Chap. 8 | Suites et séries de fonctions

Toutes les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur un intervalle de \mathbb{R} et à valeurs dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} . Pas d'extension dans l'immédiat des théorèmes aux fonctions à valeurs dans un espace vectoriel normé de dimension finie.

1. Suite de fonctions.

- Convergence simple, convergence uniforme d'une suite de fonctions. La convergence uniforme entraîne la convergence simple.
- Continuité de la limite uniforme et théorème de la double limite.
- Intégration d'une limite uniforme sur un segment ; théorème de convergence dominée.
- Dérivation d'une limite uniforme (extension aux fonctions de classe \mathcal{C}^n).

2. Série de fonctions.

- Convergence simple, convergence uniforme et convergence normale d'une série de fonctions. La convergence normale implique la convergence uniforme et la convergence absolue en tout point.
- Adaptation des résultats précédents au cas des séries. Dérivation et intégration terme à terme d'une série de fonctions.

Questions de cours :

- Continuité de la limite uniforme d'une suite de fonctions.
- Intégration d'une limite uniforme sur un segment d'une suite de fonctions.
- Dérivation terme à terme d'une série de fonctions dans sa version « classe \mathcal{C}^k » (énoncé seulement).
- Exercice CCINP 16.