

Chap. 19 | Calcul différentiel

1. Fonctions numériques de deux variables.

- Dérivées partielles premières. Fonction de classe \mathcal{C}^1 . Formule de Taylor-Young à l'ordre 1. Gradient. Équation d'un plan tangent. Différentielle en un point. Dérivées partielles et composées de fonctions.
- Dérivées partielles d'ordre 2. Théorème de Schwarz. Formule de Taylor-Young à l'ordre 2.
- Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles.

2. Applications différentiables

Les fonctions sont définies sur un ouvert \mathcal{U} d'un espace vectoriel normé E de dimension finie, à valeurs dans un espace vectoriel normé F de dimension finie.

- Différentielle en un point, différentielle sur \mathcal{U} . Continuité d'une application différentiable. Opérations algébriques sur les fonctions différentiables (somme, composée, produit de deux fonctions numériques). Applications de classe \mathcal{C}^1 .
- Dérivée selon un vecteur, dérivée partielle. Caractérisation des applications de classe \mathcal{C}^1 . Jacobienne.
- Gradient d'une fonction numérique.

La dérivation et l'intégration le long d'un arc, les vecteurs tangents, la formule de Taylor-Young à l'ordre deux pour une fonction numérique et la recherche d'extrema ne figurent pas au programme de khôlle cette semaine.

Questions de cours :

- Dérivées partielles de $(u, v) \mapsto f(\varphi(u, v), \psi(u, v))$ où f, φ et ψ sont de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R}^2 (preuve admise) + différentielle de $f : M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mapsto M^2$.
- Différentielle d'une composée.
- Différentielle d'un produit.
- Différentielle de $\|\cdot\|$ en $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ (via un DL puis via le gradient), où $\|\cdot\|$ désigne la norme euclidienne canonique.