

**Chap. 18 | Variables aléatoires discrètes**

- Définition d'une variable aléatoire.  $(X \in A)$  est un événement.  
 $((X = x))_{x \in X(\Omega)}$  est un système complet d'événements.
- Loi de probabilité. Propriétés.
- Moments d'une variable aléatoire.
  - (a) Espérance d'une variable aléatoire. Propriétés. Théorème de transfert.
  - (b) Moment d'ordre 2, variance, écart type. Formule de Kœnig-Huygens.
- Lois usuelles : loi certaine, loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale, loi géométrique, loi de Poisson. Espérance, variance.
- Couples de variables aléatoires : loi conjointe, lois marginales.  
Indépendance. Variance et covariance
- Fonctions génératrices. Moments. Somme de deux variables indépendantes.
- Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev ; loi faible des grands nombres.

**Questions de cours :**

- (a) Fonction génératrice de la somme de variables aléatoires indépendantes, deux preuves (par indépendance de  $t^X$  et  $t^Y$  et par produit de Cauchy).
- (b) Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.
- (c) Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson.
- (d) **Exercice** : Un insecte pond des œufs, dont le nombre suit une loi de Poisson de paramètre  $\lambda$ . Chaque œuf a une probabilité  $p$  d'éclore. On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre d'insectes nés. Déterminer la loi et l'espérance de  $X$ .