MP **Programme de khôlle n°20** Semaine du 8 mars

Chap. 19 | Équations différentielles linéaires

1. Résolution des équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 1 et 2
   - Équations différentielles linéaires d'ordre 1. Structure de l'ensemble des solutions, unicité de la solution au problème de Cauchy.
     Plan de résolution classique : mise sous forme résolue (choix des intervalles de résolution), résolution de l'équation homogène, recherche d'une solution particulière, raccordement éventuel des solutions, conditions initiales.
   - Équations différentielles linéaires d'ordre 2. Structure de l'ensemble des solutions, unicité de la solution au problème de Cauchy. Plan de résolution. Cas particulier d'une équation à coefficients constants. Recherche de solutions particulières lorsque le second membre est de la forme : $P(x)\mathrm{e}^{mx}$.
     Principe de superposition.
     Dans le cas général, recherche des solutions polynomiales ou développables en série entières, factorisation par une solution déjà connue (méthode de Lagrange), changement de variable ou d'inconnue.
2. Étude générale des équations différentielles linéaires
   - Systèmes différentiels linéaires à coefficients continus. Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire et structure de l'ensemble des solutions. Lien avec les équations linéaires scalaires d'ordre n. Méthode de variation des constantes. Équation différentielle linéaire d'ordre 2 et wronskien.
   - Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants.Exponentielle de matrices. Solution générale de l'équation $X' = AX$, expression spécifique dans le cas d'une matrice diagonsalisable. Résolution du système $X' = AX + B$ pour A diagonalisable ou trigonalisable dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ($X' = AX \iff Y' = DY$). Application aux équations linéaires scalaires d'ordre 2.

Questions de cours :

(a) Expression sous forme intégrale des solutions de $y'(t) = a(t)y(t) + b(t)$.

(b) Pour $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $t \mapsto \exp(tA)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, de dérivée $t \mapsto A\exp(tA)$.

(c) Soit A diagonalisable. On note λ_i ses vp et (X_i) une base de $\overrightarrow{\text{vp}}$ associés.

Si X est solution de $X' = AX$, alors $X(t) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} C_i \mathrm{e}^{\lambda_i t} X_i$. (cf. démo. §2 p.11).