MP **Programme de khôlle n°21** Semaine du 15 mars

Chap. 20 | Calcul différentiel

1. Fonctions de deux variables à valeurs dans $\mathbb{R}$.
   - Dérivées partielles premières. Fonction de classe $\mathscr{C}^1$. Formule de Taylor-Young à l'ordre 1. Gradient. Équation d'un plan tangent. Différentielle en un point. Dérivées partielles et composées de fonctions.
   - Dérivées partielles d'ordre 2. Théorème de Schwarz.
   - Points critiques sur un ouvert, application à la recherche d'extremums (aucune condition suffisante ne figure au programme).
   - Résolution d'équations aux dérivées partielles.
2. Applications différentiables

   Les fonctions sont définies sur un ouvert $\mathscr{U}$ d'un espace vectoriel normé E, à valeurs dans un espace vectoriel normé F. E et F sont de dimension finie.
   - Différentielle en un point, différentielle sur $\mathscr{U}$. Continuité d'une application différentiable. Opérations sur les fonctions différentiables (somme, composée). Applications de classe $\mathscr{C}^1$.
   - Dérivée selon un vecteur, dérivée partielle. Caractérisation des applications de classe $\mathscr{C}^1$. Jacobienne.
   - Gradient d'une fonction numérique. Théorème de représentation des formes linéaires de Riesz. Extrema d'une fonction numérique.
   - Dérivée le long d'un arc et vecteur tangent. Caractérisation des fonctions constantes sur un connexe par arcs.
   - Applications de classe $\mathscr{C}^k$. Théorème de Schwarz.

Questions de cours :

- Dérivées partielles de $(u,v) \mapsto f(\varphi(u,v),\psi(u,v))$ où f,φ et ψ sont de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert $\mathscr{U}$ de $\mathbb{R}^2$. (preuve admise)
- **TD –** Résolution de $x\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)+y\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ sur $(\mathbb{R}_+^*)^2$.
- **TD –** Différentielle au point $x \in E$ de $f : x \mapsto \langle u(x), x\rangle$ pour $u \in \mathcal{S}(E)$ et E euclidien **+** existence d'un maximum de f sur la sphère unité de E.