MP **Programme de khôlle n°5** Semaine du 11 octobre

Chap. 4 | Séries numériques

1. Définition d'une série de terme général u_n et des sommes partielles associées. Série convergente/divergente. Reste d'une série convergente.
2. Condition nécessaire de convergence et divergence grossière.
3. Convergence/divergence des séries géométriques.
4. Opérations sur les séries (somme et multiplication par un scalaire).
5. Cas des séries à termes positifs :
   - Si la suite des sommes partielles est majorée alors la série converge, sinon elle diverge vers $+\infty$.
   - Règle de majoration.
   - Comparaisons séries/intégrales. Application aux séries de Riemann.
   - Règles du petit-o, du grand-O et des équivalents.
   - Règle de d'Alembert.
6. Convergence absolue, semi-convergence.
   Une série absolument convergente est convergente.
7. Règles du petit o et du grand O. Sommation des relations de comparaison.
8. Critère spécial des séries alternées.

Chap. 5 | Familles sommables

1. Ensemble dénombrable, au plus dénombrable. Exemples : $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}^2$ et $\mathbb{Q}$. Produit cartésien fini et réunion dénombrable d'ensembles dénombrables. L'ensemble $\mathbb{R}$ n'est pas dénombrable.
2. Famille sommable de réels positifs et de nombres complexes.
   Lien avec les séries numériques.
3. Sommation par paquets. Convergence commutative. Linéarité de la somme.
4. Application des familles sommables :
   (a) séries doubles ;
   (b) produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.

Questions de cours :

- Développement asymptotique de la série harmonique (précision en $1/n$).
- Exercice `CCINP 46` (banque épreuve orale, version 2022 sur le site)
- Sommation par paquets (cas positif et cas complexe) – énoncés seulement.
- Pour tous $z, z' \in \mathbb{C}$, $\exp(z) \times \exp(z') = \exp(z + z')$ *(traité lundi 11 oct)*.