MP **Programme de khôlle n°5** Semaine du 14 octobre

Chap. 4 & 5 | Révisions d'algèbre linéaire, déterminants

1. → 3. Intégralité du programme précédent.

4. **Endomorphismes remarquables**
   - Projecteurs : définition, caractérisation ($p \circ p = p$ où $p \in \mathscr{L}(E)$).
   - Symétries : définition, caractérisation ($s \circ s = \mathrm{id}_E$ où $s \in \mathscr{L}(E)$).
5. **Hyperplans** (définis comme noyaux de formes linéaires non nulles). Caractérisation comme sous-espaces admettant une droite comme supplémentaire. Caractérisation en dimension finie. Formes linéaires proportionnelles et hyperplans. L'intersection de p hyperplans est de dimension au moins $n-p$.
6. **Déterminants**
   - Déterminant d'une matrice. Caractère n-linéaire alterné. Caractérisation des matrices inversibles. Invariance par similitude. Développement par rapport à une ligne/une colonne. Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.
   - Comatrice. Si $M \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$, $M \cdot \mathrm{Com}(M)^\top = \mathrm{Com}(M)^\top \cdot M = \det(M) I_n$.
   - Déterminant d'une famille de vecteurs. Caractérisation des bases.
   - Déterminant d'un endomorphisme. Déterminant d'une composée, caractérisation des automorphismes.

Questions de cours

- Si s est une symétrie vectorielle de E, $E = \mathrm{Ker}(s - \mathrm{id}_E) \oplus \mathrm{Ker}(s + \mathrm{id}_E)$.
- H est un hyperplan de E ssi il existe $u \neq 0_E$ tel que $E = H \oplus \mathrm{Vect}(u)$.
- L'intersection de p hyperplans de E avec $\dim(E) = n$ est un espace vectoriel de dimension au moins $n-p$.
- Matrice compagnon.
- Déterminant de Vandermonde (méthode au choix de l'étudiant(e)).