

Chap. 6 | Intégrales généralisées

1. Révisions de 1^{ère} année sur les intégrales : calcul d'intégrales et encadrement.
2. Convergence et divergence d'une intégrale impropre.
3. Intégrales de référence. Nature des intégrales suivantes :

$$\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}, \quad \int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}, \quad \int_0^1 \ln t \, dt \quad \text{et} \quad \int_0^{+\infty} e^{-at} \, dt \quad \text{pour } \alpha \in \mathbb{R}_+^*$$

4. Linéarité et relation de Chasles.
5. Intégrale impropre d'une fonction positive. Règles de comparaison.
6. Convergence absolue, semi-convergence.
Une intégrale absolument convergente est convergente.
7. Calcul intégral : intégration par parties et changement de variables.
Il est attendu que l'intégration par parties s'effectue en premier lieu sur un segment.
8. Fonctions intégrables sur un intervalle quelconque. L'ensemble des fonctions continues (par morceaux) et intégrables est un espace vectoriel.
9. Intégration des relations de comparaison. (*traité lundi 18*)

Questions de cours

- Nature de $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$ et de $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$;
- $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} \, dt$ est semi-convergente ;
- Convergence puis calcul de $\int_0^{+\infty} \cos(\omega t) e^{-pt} \, dt$, où $p \in \mathbb{N}^*$. (*traité lundi 18*)
- Exercice CCINP 28.