

**Chap. 7 | Norme sur un espace vectoriel**

1. Norme sur un espace vectoriel réel ou complexe. Inégalité triangulaire étendue. Norme euclidienne. Normes  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_2$  et  $\|\cdot\|_\infty$  sur  $\mathbb{K}^n$  et sur  $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{K})$ . Norme produit.
2. Distance associée à une norme. Boules ouverte et fermée, sphère. Partie bornée.
3. Suite d'éléments d'un espace vectoriel normé. Suite convergente, divergente. Unicité de la limite. Caractère borné d'une suite convergente. Opérations algébriques sur les suites convergentes. Convergence d'une suite à valeurs dans un produit fini d'espaces vectoriels normés. Suites extraites, valeurs d'adhérence.
4. Comparaison des normes. Normes équivalentes, invariance de la convergence d'une suite. Équivalence des normes sur un espace de dimension finie (admis).
5. Série à valeurs dans un espace vectoriel normé de dimension finie. Convergence absolue. Une série absolument convergente d'éléments d'un espace vectoriel normé de dimension finie est convergente. Exponentielle de matrices et d'endomorphismes (en dimension finie).

*L'exponentielle de matrices a seulement été définie ; ses propriétés seront étudiées dans le chapitre « Équations différentielles ».*

**Questions de cours :**

- $\|\cdot\|_\infty$  définit une norme sur  $\mathbb{K}^n$ .
- Équivalence des normes  $\|\cdot\|_1$  et  $\|\cdot\|_2$  sur  $\mathbb{K}^n$ .
- $\|\cdot\|_1$  définit une norme sur  $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{K})$ .
- Exercice CCINP 61 (on admet que  $\|\cdot\|$  est une norme).